

№1. В данном примере восстанови цифры, обозначенные звездочками

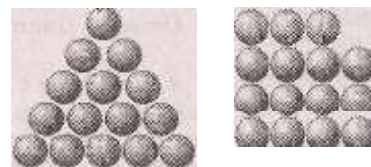
$$\begin{array}{r}
 * 8 * \\
 \times 4 * 2 \\
 \hline
 7 * * \\
 3 * * \\
 * * * * \\
 \hline
 * * * * * 0
 \end{array}$$

№2. Федя хотел разделить некоторое число на 4 и прибавить к нему 15, а вместо этого умножил его на 4 и отнял 15, но ответ тем не менее получил верный. Что это за число?

№3. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Перед нами 3 островитянина: А, В и С, о каждом из которых известно, что он либо рыцарь, либо лжец. Двое из них (А и В) высказывают следующие утверждения: А: «Мы все лжецы», В: «Один из нас рыцарь». Кто из трех островитян (А, В, С) рыцарь и кто лжец?

№4. Какова сумма всех цифр, используемых для записи всех натуральных чисел от 1 до 1000000.

№5. Из 15 шариков можно сложить равносторонний треугольник, но нельзя сложить квадрат: одного шарика не хватает. Из какого количества шариков, не превосходящего 50, можно сложить и треугольник, и квадрат?



РЕШЕНИЕ

№1. (3 балла)

$$\begin{array}{r}
 3 8 0 \\
 \times 4 1 2 \\
 \hline
 7 6 0 \\
 3 8 0 \\
 1 5 2 0 \\
 \hline
 1 5 6 5 6 0
 \end{array}$$

№2. 8 . Решим уравнение  $1/4x + 15 = 4x - 15$  (3 балла).

№3. Предположим, что А - рыцарь, тогда его высказывание: «Мы все лжецы» - ложь, что невозможно. Следовательно, А лжец и среди островитян есть хотя бы один рыцарь. Может ли В быть лжецом? Нет, так как в этом случае рыцарем будет С и высказывание лжеца В будет верно. Следовательно, В - рыцарь, а С - лжец. (4 балла).

№4. Разобьем числа от 1 до 999998 на пары: (1; 999998), (2; 999997), ... , (142375; 857624) и т.д. Получится 499999 пар, сумма цифр в каждой из которых равна 54. Учитывая числа 999999 и 1000000, получаем ответ:  $500000 \cdot 54 + 1 = 27000001$ . (5 баллов).

№5. Из 36. (5 баллов).

