

# Задачи на турниры

Богомолов Юрий Викторович

Ярославский региональный инновационно-образовательный центр «Новая школа»  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

17 февраля 2021 г.



ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.Г. ДЕМИДОВА





















## Турнир

Турнир — соревнование, состоящих из нескольких игр (матчей, партий, встреч).

В отдельной игре встречаются две команды или два игрока, итогом игры является победа одного из игроков, другой при этом проигрывает (в некоторых играх возможен ничейный исход).

## Виды турниров



## Турнир

Турнир — соревнование, состоящих из нескольких игр (матчей, партий, встреч).

В отдельной игре встречаются две команды или два игрока, итогом игры является победа одного из игроков, другой при этом проигрывает (в некоторых играх возможен ничейный исход).

## Виды турниров

Турнир называется *однокруговым*, если каждая команда (игрок) играет с каждой другой командой ровно один раз.

Турнир называется *двухкруговым*, если каждая команда (игрок) играет с каждой другой командой ровно два раза.











## Типичные задачи

- 1 Задачи теории графов
- 2 Конструирование примеров и контрпримеров
- 3 Задачи вида «оценка + пример»
- 4 Комбинаторика
- 5 Уравнения в целых числах





## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а) Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б) Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда  $11^A$ ). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда  $11^A$ ?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда  $11^A$  сыграет с каждой из остальных 7 команд

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.





## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда  $11^A$ ). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда  $11^A$ ?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда  $11^A$  сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6$

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5$

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта:

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта: каждая из 8 команд сыграет по 7 матчей

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта: каждая из 8 команд сыграет по 7 матчей — всего матчей  $8 \cdot 7 : 2 = 28$

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта: каждая из 8 команд сыграет по 7 матчей — всего матчей  $8 \cdot 7 : 2 = 28$  (делим на 2, так как каждую игру при умножении посчитали дважды).



## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда 11<sup>A</sup>). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда 11<sup>A</sup>?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда 11<sup>A</sup> сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта: каждая из 8 команд сыграет по 7 матчей — всего матчей  $8 \cdot 7 : 2 = 28$  (делим на 2, так как каждую игру при умножении посчитали дважды).

## Количество игр в однокруговом турнире

## Задача

В школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд (среди них команда  $11^A$ ). Каждая команда играет с каждой из остальных по 1 матчу.

- а Сколько матчей сыграет команда  $11^A$ ?
- б Сколько всего матчей будет сыграно в турнире?

(а) Команда  $11^A$  сыграет с каждой из остальных 7 команд — 7 игр.

(б) Всего матчей:  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ .

Другой способ подсчёта: каждая из 8 команд сыграет по 7 матчей — всего матчей  $8 \cdot 7 : 2 = 28$  (делим на 2, так как каждую игру при умножении посчитали дважды).

## Количество игр в однокруговом турнире

В однокруговом турнире на  $n$  команд играется  $\frac{n(n-1)}{2}$  матчей.



## Задача

В чемпионате России по футболу в первом дивизионе участвуют 18 команд (среди них команда «Шинник»). Каждая команда играет с каждой из остальных по 2 матча.

- а Сколько матчей за сезон должен сыграть «Шинник»?
- б Сколько всего матчей играется за один сезон?

## Задача

В чемпионате России по футболу в первом дивизионе участвуют 18 команд (среди них команда «Шинник»). Каждая команда играет с каждой из остальных по 2 матча.

- а Сколько матчей за сезон должен сыграть «Шинник»?
- б Сколько всего матчей играется за один сезон?

(а) «Шинник» сыграет с каждой из оставшихся 17 команд по 2 игры

## Задача

В чемпионате России по футболу в первом дивизионе участвуют 18 команд (среди них команда «Шинник»). Каждая команда играет с каждой из остальных по 2 матча.

- а Сколько матчей за сезон должен сыграть «Шинник»?
- б Сколько всего матчей играется за один сезон?

(а) «Шинник» сыграет с каждой из оставшихся 17 команд по 2 игры — всего  $17 \cdot 2 = 34$  игры.

## Задача

В чемпионате России по футболу в первом дивизионе участвуют 18 команд (среди них команда «Шинник»). Каждая команда играет с каждой из остальных по 2 матча.

- а Сколько матчей за сезон должен сыграть «Шинник»?
- б Сколько всего матчей играется за один сезон?

(а) «Шинник» сыграет с каждой из оставшихся 17 команд по 2 игры — всего  $17 \cdot 2 = 34$  игры.

(б) Всего пар команд:  $18 \cdot 17 : 2 = 153$ .

## Задача

В чемпионате России по футболу в первом дивизионе участвуют 18 команд (среди них команда «Шинник»). Каждая команда играет с каждой из остальных по 2 матча.

- а Сколько матчей за сезон должен сыграть «Шинник»?
- б Сколько всего матчей играется за один сезон?

(а) «Шинник» сыграет с каждой из оставшихся 17 команд по 2 игры — всего  $17 \cdot 2 = 34$  игры.

(б) Всего пар команд:  $18 \cdot 17 : 2 = 153$ . Всего игр:  $153 \cdot 2 = 306$ .

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 8 мальчиков и 5 девочек.

- а** Сколько партий сыграют мальчики?
- б** Сколько партий сыграют девочки?
- в** Сколько партий будет сыграно в турнире?



## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 8 мальчиков и 5 девочек.

- а** Сколько партий сыграют мальчики?
- б** Сколько партий сыграют девочки?
- в** Сколько партий будет сыграно в турнире?

(а) Мальчики:  $8 \cdot 7 : 2$

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 8 мальчиков и 5 девочек.

- а** Сколько партий сыграют мальчики?
- б** Сколько партий сыграют девочки?
- в** Сколько партий будет сыграно в турнире?

(а) Мальчики:  $8 \cdot 7 : 2 + 8 \cdot 5 = 68$  партий.

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 8 мальчиков и 5 девочек.

- а** Сколько партий сыграют мальчики?
- б** Сколько партий сыграют девочки?
- в** Сколько партий будет сыграно в турнире?

(а) Мальчики:  $8 \cdot 7 : 2 + 8 \cdot 5 = 68$  партий.

(б) Девочки:  $5 \cdot 4 : 2 + 5 \cdot 8 = 50$  партий.

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 8 мальчиков и 5 девочек.

- а** Сколько партий сыграют мальчики?
- б** Сколько партий сыграют девочки?
- в** Сколько партий будет сыграно в турнире?

(а) Мальчики:  $8 \cdot 7 : 2 + 8 \cdot 5 = 68$  партий.

(б) Девочки:  $5 \cdot 4 : 2 + 5 \cdot 8 = 50$  партий.

(в) Всего:  $13 \cdot 12 : 2 = 78$  партий.

## Задача

В однокруговом школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд. Однако из-за карантина турнир не доиграли до конца (некоторые запланированные матчи не состоялись). Докажите, что обязательно найдутся две команды, сыгравшие поровну матчей.

## Задача

В однокруговом школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд. Однако из-за карантина турнир не доиграли до конца (некоторые запланированные матчи не состоялись). Докажите, что обязательно найдутся две команды, сыгравшие поровну матчей.

Возможные варианты количества игр у команды

## Задача

В однокруговом школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд. Однако из-за карантина турнир не доиграли до конца (некоторые запланированные матчи не состоялись). Докажите, что обязательно найдутся две команды, сыгравшие поровну матчей.

Возможные варианты количества игр у команды: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

## Задача

В однокруговом школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд. Однако из-за карантина турнир не доиграли до конца (некоторые запланированные матчи не состоялись). Докажите, что обязательно найдутся две команды, сыгравшие поровну матчей.

Возможные варианты количества игр у команды: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Одновременно у кого-то 0, а у кого-то 7 — не может быть.



## Задача

В однокруговом школьном турнире по футболу среди старшеклассников участвуют 8 команд. Однако из-за карантина турнир не доиграли до конца (некоторые запланированные матчи не состоялись). Докажите, что обязательно найдутся две команды, сыгравшие поровну матчей.

Возможные варианты количества игр у команды: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Одновременно у кого-то 0, а у кого-то 7 — не может быть.

Команд 8, а вариантов количества игр 7.

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

Всего партий

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

Всего партий:  $13 \cdot 12 : 2 = 78$

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

Всего партий:  $13 \cdot 12 : 2 = 78 \Rightarrow 78$  очков (в сумме).

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

Всего партий:  $13 \cdot 12 : 2 = 78 \Rightarrow 78$  очков (в сумме).

Среднее число очков

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам приняли участие 13 школьников. Найдите среднее количество очков, набранных участником турнира.

Всего партий:  $13 \cdot 12 : 2 = 78 \Rightarrow 78$  очков (в сумме).

Среднее число очков:  $78 : 13 = 6$ .

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам было сыграно 105 партий. Сколько было участников?



## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам было сыграно 105 партий. Сколько было участников?

$$\frac{n(n-1)}{2} = 105$$

## Задача

В школьном однокруговом турнире по шахматам было сыграно 105 партий. Сколько было участников?

$$\frac{n(n-1)}{2} = 105$$

$$n = 15$$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

Всего игр:  $12 \cdot 11 : 2 = 66$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

Всего игр:  $12 \cdot 11 : 2 = 66 \Rightarrow 66$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

Всего игр:  $12 \cdot 11 : 2 = 66 \Rightarrow 66$  очков.

Мальчики в играх друг с другом

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

Всего игр:  $12 \cdot 11 : 2 = 66 \Rightarrow 66$  очков.

Мальчики в играх друг с другом:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки. Может ли в итоге оказаться, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?

Всего игр:  $12 \cdot 11 : 2 = 66 \Rightarrow 66$  очков.

Мальчики в играх друг с другом:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  очков — уже больше половины.



## Задача

В однокруговом турнире по волейболу, прошедшем в один круг, шестая часть всех команд не выиграла ни одной игры. Сколько было команд?

## Задача

В однокруговом турнире по волейболу, прошедшем в один круг, шестая часть всех команд не выиграла ни одной игры. Сколько было команд?

Основная идея: в волейболе нет ничьих.

## Задача

В однокруговом турнире по волейболу, прошедшем в один круг, шестая часть всех команд не выиграла ни одной игры. Сколько было команд?

Основная идея: в волейболе нет ничьих.

Не может быть двух (и более) команд без побед: в играх между собой кто-то должен победить.

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а 20 игр?
- б 19 игр?
- в 28 игр?

(а) Пример

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

(а) Пример: 13 партий I-III

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

(а) Пример: 13 партий I-III, 7 партий II-III

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

(а) Пример: 13 партий I-III, 7 партий II-III, 2 партии I-II.



## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

(а) Пример: 13 партий I-III, 7 партий II-III, 2 партии I-II.

(б) Всего партий:  $(15 + 9 + 19) : 2 \notin \mathbb{Z}$

## Задача

Трое пассажиров купе играли между собой в шахматы. Первый сыграл 15 игр, второй сыграл 9 игр. Мог ли третий сыграть

- а** 20 игр?
- б** 19 игр?
- в** 28 игр?

(а) Пример: 13 партий I-III, 7 партий II-III, 2 партии I-II.

(б) Всего партий:  $(15 + 9 + 19) : 2 \notin \mathbb{Z}$

(в) Третий не может сыграть больше, чем первый и второй вместе.

## Задача

Дима принял участие в школьном однокруговом турнире по шахматам. По итогам турнира он заявил: «Я набрал на 5,5 очков больше, чем потерял.» Не обсчитался ли Дима?

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\left\{ \begin{array}{l} V + H + P = 20, \end{array} \right.$$

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\begin{cases} V + H + P = 20, \\ V + 0,5H = 12,5. \end{cases}$$

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\begin{cases} V + H + П = 20, \\ V + 0,5H = 12,5. \end{cases}$$

Второе уравнение умножим на 2:

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\begin{cases} V + H + П = 20, \\ V + 0,5H = 12,5. \end{cases}$$

Второе уравнение умножим на 2:

$$\begin{cases} V + H + П = 20, \\ 2V + H = 25. \end{cases}$$



## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\begin{cases} V + H + П = 20, \\ V + 0,5H = 12,5. \end{cases}$$

Второе уравнение умножим на 2:

$$\begin{cases} V + H + П = 20, \\ 2V + H = 25. \end{cases}$$

Из второго уравнения вычтем первое:

## Задача

Дима сыграл в школьном однокруговом турнире вместе с 20 другими участниками. Дима набрал 12,5 очков. На сколько партий больше он выиграл, чем проиграл?

$$\begin{cases} B + H + П = 20, \\ B + 0,5H = 12,5. \end{cases}$$

Второе уравнение умножим на 2:

$$\begin{cases} B + H + П = 20, \\ 2B + H = 25. \end{cases}$$

Из второго уравнения вычтем первое:

$$B - П = 5.$$

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×					
№2		×				
№3			×			
№4				×		
№5					×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0				
№2	1	×				
№3			×			
№4				×		
№5					×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0				$\leq 3$
№2	1	×				$\geq 2,5$
№3			×			
№4				×		
№5					×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0				$\leq 3$
№2	1	×				$\geq 2,5$
№3			×			
№4				×		
№5					×	

Если у второго не менее 3 очков, то у первого не менее 3,5.

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0				3
№2	1	×				2,5
№3			×			
№4				×		
№5					×	

Если у второго не менее 3 очков, то у первого не менее 3,5.



## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3			×			
№4				×		
№5					×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×			
№4	0	0,5		×		
№5	0	0,5			×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×			
№4	0	0,5		×	?	
№5	0	0,5		?	×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×			
№4	0	0,5		×	0	$\leq 1,5$
№5	0	0,5		1	×	$\geq 1,5$

Если пятый выиграл у четвёртого, то у пятого не меньше 1,5 очков, а у четвёртого не больше 1,5 очков.

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×			
№4	0	0,5		×	0,5	
№5	0	0,5		0,5	×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	?		
№4	0	0,5	?	×	0,5	
№5	0	0,5		0,5	×	

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	1		
№4	0	0,5	0	×	0,5	1
№5	0	0,5		0,5	×	$\geq 1$

Если третий выиграл у четвёртого, то четвёртого 1 очко, в у пятого не меньше 1 очка.

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	0,5		
№4	0	0,5	0,5	×	0,5	1,5
№5	0	0,5		0,5	×	



## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	0,5		
№4	0	0,5	0,5	×	0,5	1,5
№5	0	0,5		0,5	×	≤ 1

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	0,5	1	
№4	0	0,5	0,5	×	0,5	1,5
№5	0	0,5	0	0,5	×	1

## Задача

В однокруговом турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии. Определите результаты всех партий турнира.

	№1	№2	№3	№4	№5	Очки
№1	×	0	1	1	1	3
№2	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5
№3	0	0,5	×	0,5	1	2
№4	0	0,5	0,5	×	0,5	1,5
№5	0	0,5	0	0,5	×	1

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение



## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение  
(не могут быть все ничьи).

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение  
(не могут быть все ничьи).

Команда с 7 очками: 2 победы + 1 ничья + 1 поражение

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение (не могут быть все ничьи).

Команда с 7 очками: 2 победы + 1 ничья + 1 поражение (если побед не больше 1, то очков не больше 6).

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение (не могут быть все ничьи).

Команда с 7 очками: 2 победы + 1 ничья + 1 поражение (если побед не больше 1, то очков не больше 6).

Итого у этих четырёх команд: 3 победы + 7 поражений.

## Задача

Пять футбольных команд провели однокруговой турнир. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. Сколько очков могла набрать пятая?

У каждой команды 4 игры.

Команда с 1 очком: 1 ничья + 3 поражения.

Команда с 2 очками: 2 ничьи + 2 поражения.

Команда с 5 очками: 1 победа + 2 ничьи + 1 поражение (не могут быть все ничьи).

Команда с 7 очками: 2 победы + 1 ничья + 1 поражение (если побед не больше 1, то очков не больше 6).

Итого у этих четырёх команд: 3 победы + 7 поражений.

⇒ Они по разу проиграли оставшейся команде.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго — у второго не более 6 очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго — у второго не более 6 очков.

У второго ровно 6 очков



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго — у второго не более 6 очков.

У второго ровно 6 очков — у четырёх последних ровно 6 очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго — у второго не более 6 очков.

У второго ровно 6 очков — у четырёх последних ровно 6 очков — всем остальным они проиграли

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 8 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четверо последних набрали вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места?

Основная идея: рассмотрение подтурнира.

Подтурнир последних четырёх:  $4 \cdot 3 : 2 = 6$  игр  $\Rightarrow$  уже 6 очков.

Второй: не менее 6 очков. Если у второго 6,5 очков — у первого 7 очков — он выиграл у второго — у второго не более 6 очков.

У второго ровно 6 очков — у четырёх последних ровно 6 очков — всем остальным они проиграли — третий выиграл у седьмого.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков:

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков:

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
10,5

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
 $10,5 + 11$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
 $10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
 $10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5 = 84$ .



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
 $10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5 = 84$ .

Вывод:

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее  
 $10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5 = 84$ .

Вывод: первые семь игроков именно столько и набрали

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее

$$10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5 = 84.$$

Вывод: первые семь игроков именно столько и набрали  $(10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5)$ .

У первого: 13,5 очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 человек, и в итоге они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший седьмое место, набрал 10,5 очков. Докажите, что победитель хотя бы раз сыграл вничью.

Всего партий:  $16 \cdot 15 : 2 = 120 \Rightarrow$  разыграно 120 очков.

Подтурнир последних девяти:  $9 \cdot 8 : 2 = 36$  партий  $\Rightarrow \geq 36$  очков.

Первые семь игроков: не более  $120 - 36 = 84$  очков.

Первые семь игроков: не менее

$$10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5 = 84.$$

Вывод: первые семь игроков именно столько и набрали  $(10,5 + 11 + 11,5 + 12 + 12,5 + 13 + 13,5)$ .

У первого: 13,5 очков  $\Rightarrow$  есть ничья.

## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

Всего игр:  $6 \cdot 5 : 2 = 15$

## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

Всего игр:  $6 \cdot 5 : 2 = 15$

## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

Всего игр:  $6 \cdot 5 : 2 = 15 \Rightarrow \leq 45$  очков.



## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

Всего игр:  $6 \cdot 5 : 2 = 15 \Rightarrow \leq 45$  очков.

Если у одной 7 очков, а у остальных не меньше 8 очков:

## Задача

В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0. Могла ли в итоге одна из команд набрать 7 очков, а остальные — больше?

Всего игр:  $6 \cdot 5 : 2 = 15 \Rightarrow \leq 45$  очков.

Если у одной 7 очков, а у остальных не меньше 8 очков: всего наберут не меньше  $7 + 8 \cdot 5 = 47 > 45$ .

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии:

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии



## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков)

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

Система уравнений:

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

Система уравнений:  $x + y = 19$

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

Система уравнений:  $x + y = 19$ ,  $x + 2y = 27$ .



## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

Система уравнений:  $x + y = 19$ ,  $x + 2y = 27$ .

Итог:

## Задача

Соревнование по теннису с участием 20 человек продолжалось три дня. В каждый из трех дней каждый участник сыграл одну партию. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три партии. Сколько человек выиграло по две партии и сколько выиграло ровно по одной?

Если победитель выиграл две партии: остальные выиграли  $\leq 1$ , тогда всего партий  $\leq 21$  (а не 30).

Вывод: победитель выиграл 3 партии, остальные выиграли по 1 ( $x$  игроков) или по 2 ( $y$  игроков).

Всего сыграно  $20 \cdot 3 : 2 = 30$  партий, из них 3 выиграл победитель.

Система уравнений:  $x + y = 19$ ,  $x + 2y = 27$ .

Итог:  $x = 11$ ,  $y = 8$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16 \Rightarrow 2y = x + 3 - \frac{14}{x}$ .



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16 \Rightarrow 2y = x + 3 - \frac{14}{x}$ .

Возможные значения  $x$ : 1, 2, 7, 14.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16 \Rightarrow 2y = x + 3 - \frac{14}{x}$ .

Возможные значения  $x$ : 1, 2, 7, 14.

Не подходят:  $x = 1$  и  $x = 2$  (здесь  $y < 0$ ).

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16 \Rightarrow 2y = x + 3 - \frac{14}{x}$ .

Возможные значения  $x$ : 1, 2, 7, 14.

Не подходят:  $x = 1$  и  $x = 2$  (здесь  $y < 0$ ).

Пример на  $x = 7$





## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали два ученика 7 класса и некоторое число учеников 8 класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же число очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире?

Пусть  $x$  восьмиклассников набрали по  $y$  очков.

Всего очков:  $(x + 2)(x + 1) : 2 = xy + 8$ .

Отсюда:  $x^2 + 3x + 2 = 2xy + 16 \Rightarrow 2y = x + 3 - \frac{14}{x}$ .

Возможные значения  $x$ : 1, 2, 7, 14.

Не подходят:  $x = 1$  и  $x = 2$  (здесь  $y < 0$ ).

Пример на  $x = 7$  (и  $y = 4$ ): все сыграли вничью.

Пример на  $x = 14$







## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

Отношение очков девятиклассников и десятиклассников:  $1 : 4,5$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

Отношение очков девятиклассников и десятиклассников:  $1 : 4,5$ .

Распределение очков девятиклассников и десятиклассников:  
 $x(11x - 1) : 4,5x(11x - 1)$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

Отношение очков девятиклассников и десятиклассников:  $1 : 4,5$ .

Распределение очков девятиклассников и десятиклассников:  
 $x(11x - 1) : 4,5x(11x - 1)$ .

Вывод: каждый девятиклассник выиграл все свои партии.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

Отношение очков девятиклассников и десятиклассников:  $1 : 4,5$ .

Распределение очков девятиклассников и десятиклассников:  
 $x(11x - 1) : 4,5x(11x - 1)$ .

Вывод: каждый девятиклассник выиграл все свои партии.

Следствие: девятиклассник ровно один



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали ученики 9 и 10 классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4,5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники?

Пусть  $x$  девятиклассников. Всего  $11x$  участников. Всего партий (и очков):  $11x(11x - 1) : 2 = 5,5x(11x - 1)$ .

Отношение очков девятиклассников и десятиклассников:  $1 : 4,5$ .

Распределение очков девятиклассников и десятиклассников:  
 $x(11x - 1) : 4,5x(11x - 1)$ .

Вывод: каждый девятиклассник выиграл все свои партии.

Следствие: девятиклассник ровно один — и он набрал 10 очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков  $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m - 1)$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков  $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m - 1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g - 1) : 2$  партий

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m - 1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g - 1)$  очков



## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m-1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с мастерами тоже  $0,5g(g-1)$  очков.

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m-1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с мастерами тоже  $0,5g(g-1)$  очков.

Разыграно очков в партиях мастеров против гроссмейстеров

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m - 1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g - 1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с мастерами тоже  $0,5g(g - 1)$  очков.

Разыграно очков в партиях мастеров против гроссмейстеров:

$$0,5m(m - 1) + 0,5g(g - 1)$$

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m - 1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m - 1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g - 1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g - 1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с мастерами тоже  $0,5g(g - 1)$  очков.

Разыграно очков в партиях мастеров против гроссмейстеров:  
 $0,5m(m - 1) + 0,5g(g - 1) = mg$ .

## Задача

В однокруговом шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

Пусть  $m$  мастеров и  $g$  гроссмейстеров.

Мастера между собой:  $m(m-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5m(m-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с гроссмейстерами тоже  $0,5m(m-1)$  очков.

Гроссмейстеры между собой:  $g(g-1) : 2$  партий  $\Rightarrow 0,5g(g-1)$  очков  
 $\Rightarrow$  с мастерами тоже  $0,5g(g-1)$  очков.

Разыграно очков в партиях мастеров против гроссмейстеров:

$$0,5m(m-1) + 0,5g(g-1) = mg.$$

$$m^2 - m + g^2 - g = 2mg$$





# Задачи на турниры

Богомолов Юрий Викторович

Ярославский региональный инновационно-образовательный центр «Новая школа»  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

17 февраля 2021 г.



ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П.Г. ДЕМИДОВА